Paolo Perfetti, Dipartimento di matematica, II Università degli Studi di Roma, facoltà di Ingegneria

Secondo recupero di Analisi Matematica II (primi 5 crediti) del 7–12–07

Ingegneria Elettronica A.A.2007/2008, compito A

Si risponda alle domande di seguito al testo in modo leggibile. Lo svolgimento per esteso dei calcoli (sempre in bella) va allegato al compito. **Comporta una penalizzazione non scrivere nelle zone indicate i calcoli richiesti ma riportarli solo nella bella o sulla brutta che comunque va consegnata solo se strettamente necessario**

Problema 1 Si calcoli il volume, detto V, dello spazio finito individuato dal cilindro di equazione $x^2 + y^2 = 1$ e dai paraboloidi $\frac{x^2}{4} + y^2 = z$, $x^2 + 4y^2 = z$.

Problema 2 Sia S la superficie che contiene V al suo interno. Si calcoli l'area della parte laterale di S.

Problema 3 Si consideri la curva il cui sostegno è costituito dall'insieme dei punti $\{x^2+y^2 = 4, \quad z = 2xy\}$. La curva è percorsa una sola volta in modo tale che la sua proiezione sul piano (x, y) è percorsa in senso antiorario. Si calcoli il valore dell'integrale $\oint \omega$ dove $\omega = \big(y\sin(xyz)+ xy^2z\cos(xyz)\big)dx + \big(x\sin(xyz) + x^2yz\cos(xyz) + x\big)dy + \big(x^2y^2\cos(xyz) + y - x\big)dz$

Problema 4 Si scriva le serie di Fourier della funzione 2π–periodica, dispari, che nell'intervallo $[0, \pi]$ è data da

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & 0 < x < \pi/2, \\ 0 & \pi/2 \le x < \pi \end{cases}$$

Problema 5 Si risolva le seguente equazione (Avvertimento: a dispetto del fatto che

compare $\cos x$, "non è necessario effettuare alcuno sviluppo di Fourier")

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = t(\sin x - \sin 2x) \qquad 0 < x < \pi,\ t > 0 \\ u(x,0) = \sin x \cos x,\ u(0,t) = 0,\ u(\pi,t) = 0 \end{cases}$$

Problema 6 Si risolva la seguente equazione differenziale

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = \cos x \quad 0 < x < \pi,\ t > 0 \\ u(x,0) = -\cos x, \quad u_t(x,0) = 0, \quad u(0,t) = 0, u(\pi,t) = 0 \end{cases}$$

Secondo recupero di Analisi Matematica II (primi 5 crediti) del 07–12–07

Ingegneria Elettronica A.A.2007/2008, compito B

Si risponda alle domande di seguito al testo in modo leggibile. Lo svolgimento per esteso dei calcoli (sempre in bella) va allegato al compito. **Comporta una penalizzazione non scrivere nelle zone indicate i calcoli richiesti ma riportarli solo nella bella o sulla brutta che comunque va consegnata solo se strettamente necessario**

Problema 1 Si calcoli il volume, detto V, dello spazio finito individuato dal cilindro di equazione $x^2 + y^2 = 4$ e dai parabolidi $\dfrac{x^2}{4} + y^2 = z$, $x^2 + 4y^2 = z$.

Problema 2 Sia S la superficie che contiene V al suo interno. Si calcoli l'area della parte laterale di S.

Problema 3 Si consideri la curva il cui sostegno è costituito dall'insieme dei punti $\{x^2 + y^2 = 1, \quad z = 4xy\}$. La curva è percorsa una sola volta in modo tale che la sua proiezione sul piano (x, y) è percorsa in senso antiorario. Si calcoli il valore dell'integrale $\oint \omega$ dove $\omega = \big(z\sin(xyz) + xyz^2\cos(xyz)\big)dx + \big(x^2z^2\cos(xyz) + x\big)dy + \big(x\sin(xyz) + x^2yz\cos(xyz) + y - x\big)dz$

Problema 4 Si scriva le serie di Fourier della funzione 2π–periodica, pari, che nell'intervallo $[0, \pi]$ è data da data

$$f(x) = \begin{cases} \cos x & 0 < x < \pi/2, \\ 0 & \pi/2 \le x < \pi \end{cases}$$

Problema 5 Si risolva le seguente equazione (Avvertimento: a dispetto del fatto che

compare $\cos 2x$, "non è necessario effettuare alcuno sviluppo di Fourier")

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = t(\sin x + \sin 3x) \qquad 0 < x < \pi,\ t > 0 \\ u(x,0) = \sin x \cos(2x),\ u(0,t) = 0,\ u(\pi,t) = 0 \end{cases}$$

Problema 6 Si risolva la seguente equazione differenziale

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = -\cos x \quad 0 < x < \pi,\ t > 0 \\ u(x,0) = \cos x, \quad u_t(x,0) = 0, \quad u(0,t) = 0, u(\pi,t) = 0 \end{cases}$$

Secondo recupero di Analisi Matematica II (primi 5 crediti) del 07–12–07

Ingegneria Elettronica A.A.2007/2008, compito C

Si risponda alle domande di seguito al testo in modo leggibile. Lo svolgimento per esteso dei calcoli (sempre in bella) va allegato al compito. **Comporta una penalizzazione non scrivere nelle zone indicate i calcoli richiesti ma riportarli solo nella bella o sulla brutta che comunque va consegnata solo se strettamente necessario**

Problema 1 Si calcoli il volume, detto V, dello spazio finito individuato dal cilindro di equazione $x^2+y^2=1$ e dai parabolidi $\dfrac{x^2}{9}+y^2=z$, $x^2+9y^2=z$.

Problema 2 Sia S la superficie che contiene V al suo interno. Si calcoli l'area della parte laterale di S.

Problema 3 Si consideri la curva il cui sostegno è costituito dall'insieme dei punti $\{x^2+y^2=2, \quad z=2xy\}$. La curva è percorsa una sola volta in modo tale che la sua proiezione sul piano (x,y) è percorsa in senso antiorario. Si calcoli il valore dell'integrale $\oint \omega$ dove $\omega = \big(y^2z^2\sin(xyz)\big)dx + \big(z\sin(xyz)+xyz^2\cos(xyz)+x\big)dy + \big(y\sin(xyz)+xy^2z\cos(xyz)+y-x\big)dz$

Problema 4 Si scriva le serie di Fourier della funzione 2π–periodica, dispari, che nell'intervallo $[0,\pi]$ è data da data

$$f(x)=\begin{cases}\sin 2x & 0<x<\pi/2,\\ 0 & \pi/2\le x<\pi\end{cases}$$

Problema 5 Si risolva le seguente equazione (Avvertimento: a dispetto del fatto che

compare $\cos 2x$, "non è necessario effettuare alcuno sviluppo di Fourier")

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = t(\sin 2x - \sin 3x) & 0 < x < \pi,\ t > 0 \\ u(x,0) = -\sin x \cos 2x,\ u(0,t) = 0,\ u(\pi,t) = 0 \end{cases}$$

Problema 6 Si risolva la seguente equazione differenziale

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = \cos 2x \quad 0 < x < \pi,\ t > 0 \\ u(x,0) = -\cos 2x, \quad u_t(x,0) = 0, \quad u(0,t) = 0, u(\pi,t) = 0 \end{cases}$$

Secondo recupero di Analisi Matematica II (primi 5 crediti) del 07–12–07

Ingegneria Elettronica A.A.2007/2008, compito D

Si risponda alle domande di seguito al testo in modo leggibile. Lo svolgimento per esteso dei calcoli (sempre in bella) va allegato al compito. **Comporta una penalizzazione non scrivere nelle zone indicate i calcoli richiesti ma riportarli solo nella bella o sulla brutta che comunque va consegnata solo se strettamente necessario**

Problema 1 Si calcoli il volume, detto V, dello spazio finito individuato dal cilindro di equazione $x^2 + y^2 = 1$ e dai paraboloidi $x^2 + \dfrac{y^2}{4} = z$, $4x^2 + y^2 = z$.

Problema 2 Sia S la superficie che contiene V al suo interno. Si calcoli l'area della parte laterale di S.

Problema 3 Si consideri la curva il cui sostegno è costituito dall'insieme dei punti $\{x^2 + y^2 = 2, \quad z = 2xy\}$. La curva è percorsa una sola volta in modo tale che la sua proiezione sul piano (x, y) è percorsa in senso antiorario. Si calcoli il valore dell'integrale $\oint \omega$ dove $\omega = \big(y\cos(xyz) - xy^2z\sin(xyz)\big)dx + \big(x\cos(xyz) - x^2yz\sin(xyz) + x\big) + \big(-x^2y^2\sin(xyz) + y - x\big)dz$

Problema 4 Si scriva le serie di Fourier della funzione 2π–periodica, pari, che nell'intervallo $[0, \pi]$ è data da data

$$f(x) = \begin{cases} \cos 2x & 0 < x < \pi/2, \\ 0 & \pi/2 \le x < \pi \end{cases}$$

Problema 5 Si risolva le seguente equazione (Avvertimento: a dispetto del fatto che

compare $\cos 2x$, "non è necessario effettuare alcuno sviluppo di Fourier")

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = -t(\sin x + \sin 3x) & 0 < x < \pi,\ t > 0 \\ u(x,0) = \sin x \cos 2x,\ u(0,t) = 0,\ u(\pi,t) = 0 \end{cases}$$

Problema 6 Si risolva la seguente equazione differenziale

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = -\cos 2x \quad 0 < x < \pi,\ t > 0 \\ u(x,0) = \cos 2x, \quad u_t(x,0) = 0, \quad u(0,t) = 0, u(\pi,t) = 0 \end{cases}$$